

Mathematik – Aufgaben für den Schuljahrgang 10

- Fassen Sie die wesentlichen Inhalte im Lehrbuch S. 132 – 136 zusammen:

- Vektoraddition
- Skalare Multiplikation

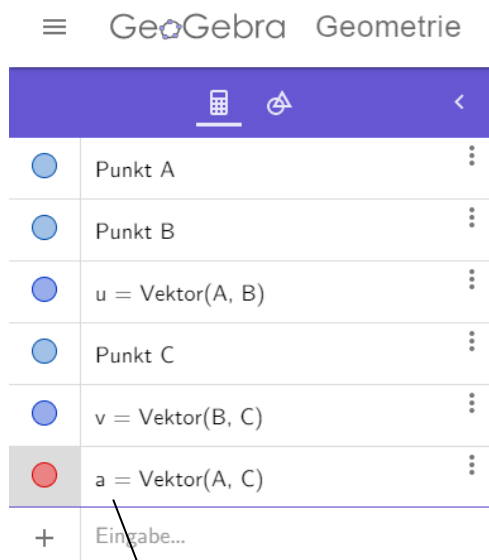
- Lösen Sie folgende Übungsaufgaben vom 14.04. – 17.04.2020:

- **Lehrbuch S. 133/Übung 1: c, d, e**

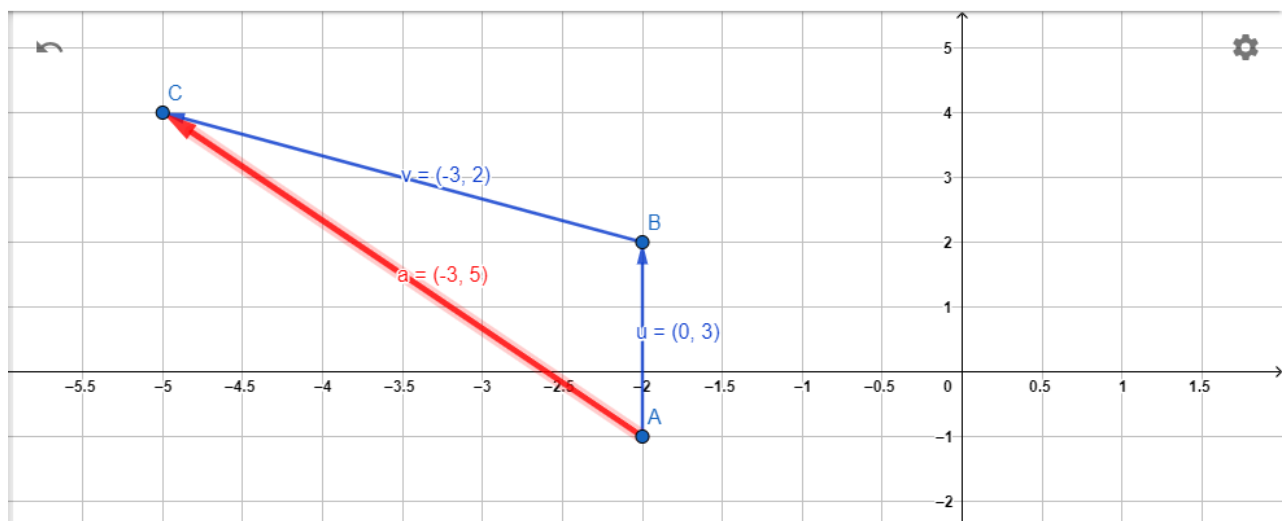
Beispiel a): $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+3 \\ 3-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

- **Lehrbuch S. 133/Übung 2: b, c, d, f**

Beispiel a):



$$\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$$



rechnerisch:

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- **Lehrbuch S. 134/Übung 4: b, d, e, f, g, h, i**

$$\text{Beispiel a): } \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+1 \\ 1-4 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- **Lehrbuch S. 134/Übung 5: d, e, f**

$$\text{Beispiel a): } \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} 5 + x = 8 & \Rightarrow x = 3 \\ 3 + y = 7 & \Rightarrow y = 4 \end{array}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- **Lehrbuch S. 136/7:**

$$\text{Beispiel a): } 5 \cdot \begin{pmatrix} 1,2 \\ 0,6 \\ 3,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 17 \end{pmatrix}$$

- **Lehrbuch S. 136/8:**

$$\text{Beispiel a): } \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1,5 \\ -1,5 \end{pmatrix} = 0,5 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

- **Lehrbuch S. 136/10:**

$$\text{Beispiel a): } 3\vec{a} + 5\vec{a} - 7\vec{a} - (-2\vec{a}) - \vec{a} = 3\vec{a} + 5\vec{a} - 7\vec{a} + 2\vec{a} = 3\vec{a}$$

- **Lehrbuch S. 136/11:**

$$\text{Beispiel a): } u \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$3 \cdot u = -6 \quad \Rightarrow u = -2$$

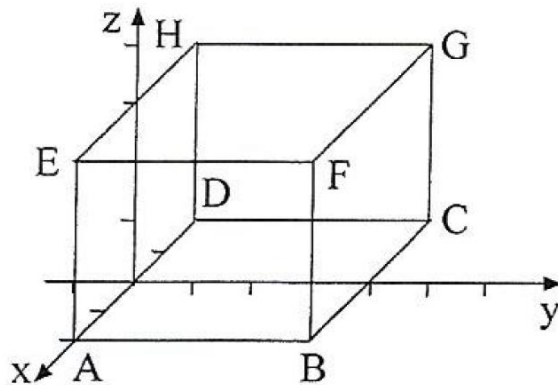
$$5 \cdot u = -10 \quad \Rightarrow u = -2$$

$$u = 2$$

Es existiert keine Lösung, da es für u unterschiedliche Lösungen gibt.

Lösungen der Aufgaben (Teil 2):

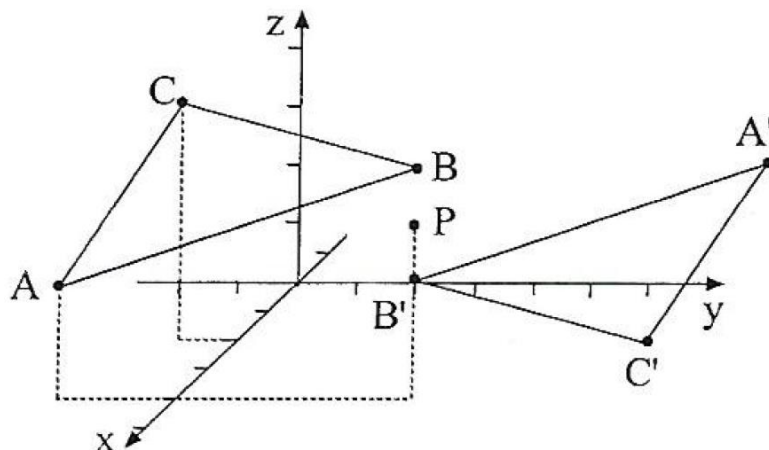
- **Lehrbuch S. 129/Übung 8:**



$A(2|0|0)$
 $B(2|4|0)$
 $C(-2|4|0)$
 $D(-2|0|0)$
 $E(2|0|3)$
 $F(2|4|3)$
 $G(-2|4|3)$
 $H(-2|0|3)$

$$\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{OH} - \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad |\overrightarrow{BH}| = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 + 3^2} = \sqrt{41} \text{ LE} \approx 6,4 \text{ LE}$$

- **Lehrbuch S. 129/Übung 9:**



Umfang Dreieck:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-4)^2 + 4^2 + 0^2} = \sqrt{32} \text{ LE}$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{17} \text{ LE} \quad \overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad |\overrightarrow{CA}| = \sqrt{9} \text{ LE} = 3 \text{ LE}$$

$$u = |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| + |\overrightarrow{CA}| \approx 12,8 \text{ LE}$$

Bildpunkte:

$$\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OB} + 2 \cdot \overrightarrow{BP} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \left(\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow B'(8|6|4)$$

$$A'(4|10|4) \quad C'(6|9|2)$$

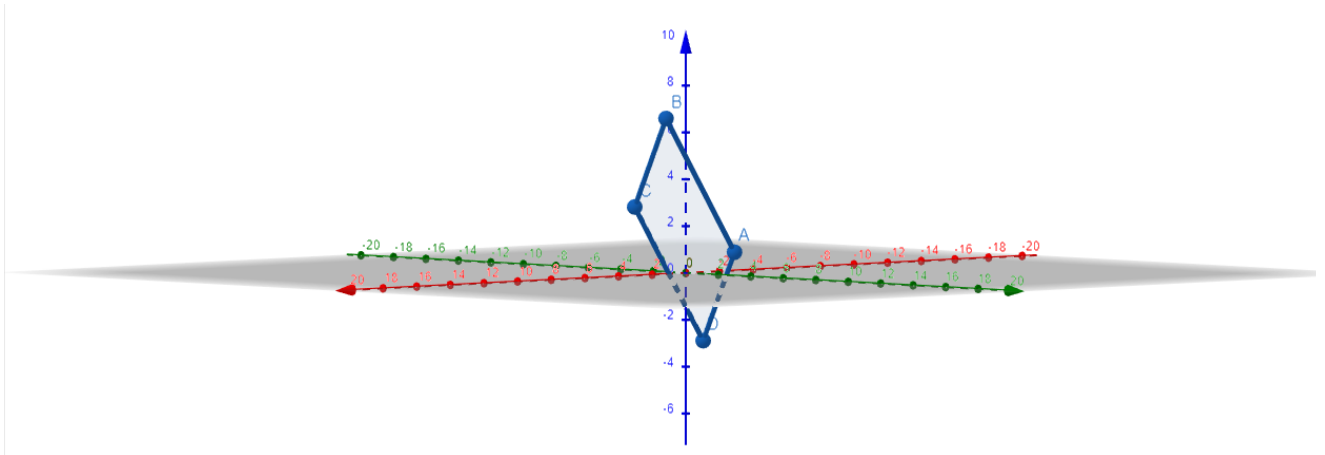
- **Lehrbuch S. 130/Übung 10 c, d:**

$$\text{c) } \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC} \quad \text{kein Parallelogramm}$$

$$\text{d) } \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC} \quad \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{BC} \quad \text{Parallelogramm}$$

- **Lehrbuch S.130/Übung 11:**

GeoGebra



$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \left(\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad D(-2|-1|-3)$$

$$\text{Rhombus: } |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{AD}|$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{76} \text{ LE} \quad |\overrightarrow{BC}| = 6 \text{ LE} \quad |\overrightarrow{CD}| = \sqrt{76} \text{ LE} \quad |\overrightarrow{AD}| = 6 \text{ LE}$$

$\Rightarrow$ kein Rhombus

- **Lehrbuch S. 131/12:**

a)

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{HG}$$

$$\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{DL}$$

$$\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{GD}$$

$$\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{IH}$$

$$\overrightarrow{JL} = \overrightarrow{IG} = \overrightarrow{CE}$$

b)

$\overrightarrow{JH}$ ist doppelt so lang wie $\overrightarrow{KL}$ und $\overrightarrow{GL}$

$\overrightarrow{KL}$ und $\overrightarrow{GL}$ sind entgegengesetzt

- **Lehrbuch S. 131/Nr. 13 e, f, g, h:**

e)

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{lll} x + 3 = 2 & \Rightarrow x = -1 \\ y - 5 = 7 & \Rightarrow y = 12 \\ z + 2 = 1 & \Rightarrow z = -1 \end{array} \quad \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix} \quad B(-1|12|-1)$$

f)

$$C(6|0|12)$$

g)

$$C(4|11|0)$$

h)

$$C(a-1|0|2a-4)$$

- **Lehrbuch S. 131/14 d, e:**

d)

$$\vec{a} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

e)

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -10 \end{pmatrix}$$

- **Lehrbuch S. 131/15 a, b, c:**

a)

$$\vec{a} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} x - 3 = -1 & \Rightarrow x = 2 \\ y - 2 = 2 & \Rightarrow y = 4 \\ z - 1 = -3 & \Rightarrow z = -2 \end{array} \quad Q(2|4|-2)$$

b)

$$P(1|-2|3)$$

c)

$$Q(2|0|1)$$

- **Lehrbuch S. 131/17:**

a)

$$\left| \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{81} = 9 \quad \left| \begin{pmatrix} 32 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{1089} = 33$$

$$\left| \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{65} \quad \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -15 \\ -20 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{625} = 25$$

b)

$$\left| \begin{pmatrix} 2a \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \right| = 15$$

$$\sqrt{(2a)^2 + 2^2 + 5^2} = 15$$

$$a_{1/2} = \pm 7$$