

Mathematik 8a, Aufgaben für die 4. Woche (14.4.20 – 17.4.20)

Liebe Schülerinnen und Schüler,

ich hoffe, ihr und eure Familien seid weiterhin gesund und ihr könntet trotz allem die Osterferien genießen! Das Wetter war ja auch unserer Seite 😊 .

Ihr bekommt von mir heute die Mathe-Aufgaben für diese Woche. Bisher habt ihr Aufgaben zur Wiederholung bearbeitet, jetzt rücken wir den aktuellen Unterrichtsstoff in den Vordergrund. Sie werden sich von den anderen 8. Klassen unterscheiden, da wir im Unterricht unterschiedlich weit sind.

Bitte erschreckt nicht über den Umfang der Seiten! Vieles dient euch als Information und Erklärung. Ich habe einige Videos verlinkt, die das Thema für euch (hoffentlich) verständlich machen. Die letzten zwei Seiten sind aus dem Arbeitsheft der Klasse 7 (S. 54/55) entnommen. Wer das noch zu Hause hat, braucht also die letzten 2 Seiten gar nicht erst ausdrucken.

Bitte heftet die nachfolgenden Arbeitsblätter in den aktuellen Teil eures Hefters und bearbeitet dann dazu die entsprechenden Aufgaben (sind grün gekennzeichnet). (Zur Erinnerung: Die letzten Aufgaben waren ja Teil des Aufgabenpraktikums und sollten in einem eigenen Teil des Hefters notiert werden.)

Die **Kontrolle der Aufgaben** ist erst einmal im Unterricht geplant. Sollte die Schule nach dem 20.4. weiterhin geschlossen haben, möchte ich, dass ihr mir eure Lösungen bis zum 21.4.20 zuschickt. Am besten auf meine E-Mail-Adresse: carolin.bergner@gym-gommern.bildung-lsa.de. Ihr könnt mir die Lösungen einscannen oder auch als Bild schicken. Wenn ihr Fragen habt, dann meldet euch ruhig (auch über WhatsApp mgl.).

Also... zum Unterricht... Lange ist es her... aber vielleicht erinnert ihr euch noch an unsere „Würfel-Stunde“, bei der am Ende all eure Würfelergebnisse in einer großen Tabelle an der Tafel standen. Eure Hausaufgaben (die wir dann nicht mehr kontrollieren konnten) war es, diese Tabelle in euren Hefter zu übernehmen und den Merksatz des Arbeitsblattes S. 183 zu notieren. Diese Tabelle habe ich (danke an Hannah!) euch noch einmal aufgeschrieben und dazu die Überlegungen, die wir in dieser Stunde angestellt haben. Da geht es dann weiter...

Liebe Grüße und bleibt weiterhin gesund!!!

C. Bergner

P.S. Auf Physik-Aufgaben verzichte ich diese Woche und warte die weitere Entwicklung ab.

Das solltest du noch wissen:

- Begriffe: Ergebnis, Ereignis, sicheres und unmögliches Ereignis, Gegenereignis
 Wenn du möchtest, kannst du die Begriffe hier noch einmal wiederholen: (Achtung: nicht mehr „Mehrstufige Zufallsexperimente“) <https://de.bettermarks.com/mathe/grundbegriffe-der-wahrscheinlichkeitsrechnung/>
- Wiederholung: absolute und relative Häufigkeit
 Wenn du möchtest, kannst du hier: <https://www.gut-erklart.de/mathematik/absolute-relative-haeufigkeit-aufgaben-uebungen.html> noch einmal zur absoluten und relativen Häufigkeit üben.

Die Wahrscheinlichkeit

Folgende Ergebnisse wurde in der letzten Mathestunde von euch „erwürfelt“:

Augenzahl	Gruppen										absolute	relative
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Häufigkeit	Häufigkeit
1	35	37	33	31	43	30	28	35	34	32	338	0,17
2	36	34	38	32	29	40	34	30	38	27	338	0,17
3	30	31	33	30	27	34	39	35	36	33	328	0,16
4	34	33	36	36	42	40	29	34	35	35	354	0,18
5	34	29	32	33	25	29	42	37	33	35	329	0,16
6	31	36	28	38	34	27	28	29	24	38	313	0,16
Anzahl der Würfe:	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	2000	

Hier haben wir festgestellt, dass die relativen Häufigkeiten der einzelnen Augenzahlen im Vergleich der Gruppen zueinander sehr schwanken können (z.B. „1“ wurde von Gruppe 7 28 Mal und von Gruppe 5 43 Mal gewürfelt). Wenn wir alle Ergebnisse zusammenfassen, unterscheiden sich die relativen Häufigkeiten für die einzelnen Augenzahlen kaum (alle zwischen 16% - 18%).

Wie schauen uns ein Ereignis genauer an → Augenzahl „1“ gewürfelt:

Anzahl	5	10	20	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000
abs. Häufigkeit	0	2	5	35	72	105	136	179	209	237	272	306	338
rel. Häufigkeit	0,00	0,20	0,25	0,18	0,18	0,18	0,17	0,18	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17

Die blauen Zahlen sind dabei meine Ergebnisse. Das heißt z.B. dass ich beim 5-maligen Würfeln keine 1 gewürfelt habe, beim 10-maligen Würfeln 2 Einsen usw. Die weiteren absoluten Häufigkeiten entstehen durch eure Ergebnisse. Z.B. bei 600 Würfeln (Gruppe 1-3) wurde 105 Mal die Eins gewürfelt usw...

Hier sollte man erkennen: Zu Beginn (wenn also wenig Versuche durchgeführt werden), schwanken die relativen Häufigkeiten stark! Werden aber immer mehr Versuche durchgeführt, so unterscheiden sich die relativen Häufigkeiten kaum noch.

Der Wert der relativen Häufigkeit entspricht dann der Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis. Also hier: Mit einer Wahrscheinlichkeit von $0,17 = 17\%$ wird die Augenzahl „1“ gewürfelt.

Wir merken uns:

Lange Versuchsreihen führen zur Wahrscheinlichkeit

Bei einer hohen Anzahl an Versuchsdurchführungen stabilisieren sich die relativen Häufigkeiten und einen festen Wert p ($0 \leq p \leq 1$). Dieser wird als Wahrscheinlichkeit $P(A)$ des zufälligen Ereignisses A bezeichnet.

(Eine stabilisierte relative Häufigkeit kann also als Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit genutzt werden.)

weitere Begriffe: sicheres Ereignis $P(\Omega)=1$
 unmögliches Ereignis $P(\emptyset)=0$

Folgendes Lernvideo kann dir helfen:

<https://www.youtube.com/watch?v=6uzcvTxVq9Y&list=PLEvJmBfh19TwcTMNbsFSwaqGQ05evN-IZ>

→ Arbeitsaufträge:

1. Lies auf deinem AB S. 184 das Beispiel 2 durch und bearbeite anschließend Nr. 3. Kontrolliere deine Ergebnisse anhand der Lösung (siehe unten).
2. Bearbeite weiterhin folgende Aufgaben:
 Nr. 5, 6
 Nr. 7 Hinweis: z.B. $h(E_4) = \frac{6}{124} \approx 0,0484 = 4,8 \%$
 Nr. 8, 9

Lösungen für Nr. 3						
<i>a)</i>						
n	60	120	180	240	300	360
$H(A)$	16	32	49	70	94	109
$h(A) = \frac{H(A)}{n}$	$\frac{16}{60} \approx 0,267$	$\frac{32}{120} \approx 0,267$	$\frac{49}{180} \approx 0,272$	$\frac{70}{240} \approx 0,291$	$\frac{94}{300} \approx 0,313$	$\frac{109}{360} \approx 0,302$
Schätzwert $P(A) = 0,3$.						
b) Schätzwert $P(A) = 0,3 = \frac{100000}{x}$						
$0,3 = \frac{100000}{x}$						
$x = 0,3 \cdot 100000$						
$x = 30000$						
↳ $\cdot 10000, \leftrightarrow$						
Das Ereignis A wird bei 10000 Versuchsdurchführungen wahrscheinlich 3000 auftreten.						

Laplace – Experimente

Schau dir das folgende Video an: <https://www.studienkreis.de/mathematik/laplace-experiment-beispiele/> (zwischendurch musst du bei der Werbung auf x (Schließen) klicken)

→ Arbeitsaufträge:

Notiere die Überschrift in deinen Hefter und bearbeite folgende Aufgaben schriftlich:

- Erläutere, was ein Laplace- Experiment (Laplace-Versuch) ist.
- Gib jeweils 2 Beispiele für Laplace- Experimente und „Nicht-Laplace- Experimente“ an.
- Gib an, wie man die Wahrscheinlichkeit eines Laplace-Experimentes berechnet.

Übungen zu Laplace-Versuchen:

Bearbeite online folgende Aufgaben Nr. 1-9:

<https://de.serlo.org/mathe/stochastik/relative-h%C3%A4ufigkeit-wahrscheinlichkeit/aufgaben-thema-laplace-experiment>

Deine Lösungen werden gleich kontrolliert. Unter „Lösung“ findest du jeweils auch eine gute Erklärung der Aufgaben.

!!! Wenn du eine Aufgabe trotzdem noch nicht gut verstehst, dann schreibe deine Fragen auf und schicke sie mir!!!

Wahrscheinlichkeiten von Laplace-Versuchen berechnen:

Beispiel: Ein Laplace-Würfel wird geworfen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse:

A: „eine durch 3 teilbare Zahl“

B: „eine Zahl kleiner als 4“

Lösung:

$$A = \{3,6\}$$

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

Das Ereignis A hat 2 mögliche Ergebnisse.

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A ist die Anzahl der möglichen Ergebnisse geteilt durch die Anzahl aller möglichen Ergebnisse.

$$B = \{1,2,3\}$$

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Schau dir folgendes Video an und bearbeite anschließend die untere Aufgabe so, wie es im Video gezeigt und im Beispiel vorgerechnet wird:

<https://www.youtube.com/watch?v=NfKnxknlSt0&list=PLEvJmBfh19TwcTMNbsFSwaqGQ05evN-IZ>

Aufgabe:

In einer Urne sind 20 gleichartige Kugeln, die mit den Zahlen von 1 bis 20 beschriftet sind. Es wird eine Kugel zufällig gezogen.

Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A: Die Zahl auf der Kugel ist durch 4 teilbar.

Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B: Die Zahl auf der Kugel ist nicht durch 6 teilbar.

Bearbeite anschließend die weiteren Aufgaben: „Wissen“ und Nr. 1 bis 4. Sie sind aus dem Arbeitsheft aus Klasse 7 entnommen. Wer also sein Arbeitsheft noch hat, braucht diese Seiten nicht ausdrucken, sondern kann in seinem eigenen Heft arbeiten (S. 54/55).

Wahrscheinlichkeiten bei Laplace-Versuchen

Wissen

Ein Zufallsversuch mit endlicher Ergebnismenge, bei dem alle Ergebnisse die gleiche Wahrscheinlichkeit haben, wird Laplace-Versuch genannt. Für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A gilt:

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der Ergebnisse, bei denen } A \text{ eintritt}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}} = \frac{\text{Anzahl aller „günstigen“ Ergebnisse } g}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse } m} = \frac{g}{m}$$

Beispiel: Ereignis A : Würfeln einer Zahl, die größer als 4 ist.

Anzahl m aller möglichen Ergebnisse: $m = 6$, denn $\Omega =$ _____

Anzahl g aller möglichen Ergebnisse, die zum Ereignis A gehören: $g = 2$, denn $A =$ _____

$$P(A) = \frac{g}{m} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



► **Auftrag:** Ergänze das Beispiel.

Aufgaben

- 1 Die Spieler beim „Mensch ärgere dich nicht“ haben zwei Ziele. Sie wollen mit dem nächsten Wurf mit einem Mal Würfeln einen Stein ins Ziel bringen oder einen Stein eines Gegners „rauswerfen“.

Im Zielbereich darf kein Stein übersprungen werden.

- a) Welche Augenzahl ist beim nächsten Wurf demzufolge jeweils ein günstiger Ausgang?

Günstiges Ergebnis, wenn „Gelb“ als Nächstes würfelt.

Günstiges Ergebnis, wenn „Schwarz“ als Nächstes würfelt.

Günstiges Ergebnis, wenn „Rot“ als Nächstes würfelt.

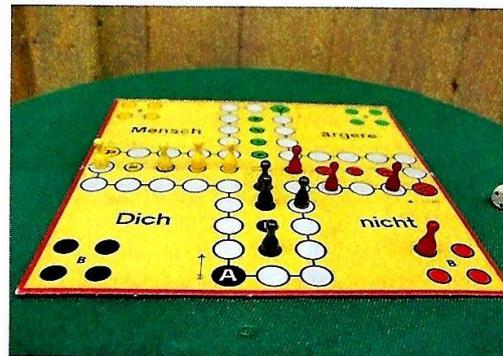
- b) Ermittle die Wahrscheinlichkeiten.

Ein gelber Stein kommt beim nächsten Wurf im Ziel an.

Ein schwarzer Stein kommt beim nächsten Wurf im Ziel an.

Ein roter Stein wirft beim nächsten Wurf einen schwarzen Stein raus.

Kein schwarzer Stein kann beim nächsten Wurf bewegt werden.



- 2 Aus einem vollständigen Skatspiel wird eine Karte gezogen.

Gib die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse jeweils mit einem Bruch an.



- a) Eine Pik-Karte (Schippe-Karte) wird gezogen.

- b) Ein König wird gezogen.

- c) Eine Herz-Karte, die kein Ass ist, wird gezogen.

- d) Eine Herz-Karte oder eine Pik-Karte wird gezogen.

- 3 Peter und Paul spielen mit einem 20-seitigen Spielwürfel.
Schreibe jeweils die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses als gemeinen Bruch und als Prozentangabe auf.



- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt eine gerade Zahl?

- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt eine Primzahl?

- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt eine durch 6 teilbare Zahl?

- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt eine Zahl, die man nicht durch 7 teilen kann?

- e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt eine Quadratzahl?

- f) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt eine Zahl, die durch 5 oder durch 8 teilbar ist?

- g) Peter und Paul wetten beim Würfeln. Peter gewinnt, wenn die Zahl größer als 12 ist.
Paul gewinnt, wenn die Zahl durch 3 teilbar ist.
Ist das fair? Begründe.

- 4 In einer Kiste sind mehrere Karten. Auf 5 Karten ist ein Quadrat, auf 7 Karten ist ein Rechteck, auf 9 Karten ist ein unregelmäßiges Dreieck und auf 4 Karten ist ein Kreis abgebildet.
Es wird jeweils nur eine Karte aus der Kiste gezogen. Danach wird diese zurückgelegt.
Gib jeweils die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses in drei unterschiedlichen Schreibweisen an.

- a) Die Innenwinkelsumme der Figur auf der Karte beträgt 360° .

- b) Eine Karte ohne Kreis wird gezogen.

- c) Eine Karte mit einer symmetrischen Figur wird gezogen.

- d) Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses beträgt 56%. Welches Ereignis kann dies sein?
